Prolog

Svaki roman ima svoj zaplet i svoju glavnu priču. Premda je uključeno mnoštvo likova, i odvija se više paralelnih radnji, važnijih i manje važnih, nama zanimljivih i manje zanimljivih, ipak je jedna nit glavna. Jedna je tema koja najviše zaokuplja autora i o kojoj nam želi pripovijedati. Nadahnjujuća i poučna priča nije važna samo u književnim djelima. Važna je i u drugim umjetnostima. I glazbena djela, premda bez slike i teksta, govore o fascinantnim temama koje pobuđuju našu maštu i potiču našu kreativnost. I baš kao u dramama zapleti u tim pričama znaju biti puni nevjerojatnih obrata. Očekivano se često ne dogodi, a posve neočekivano se dogodi. Tako i naša knjiga ima svoje likove i svoju glavnu priču, svoje zaplete i rasplete radnji.

Najviše će nas zanimati ispreplitanje konačnog i beskonačnog u promatranom objektu, bilo matematičkom bilo da se radi o fizikalnom sustavu. Od drugih priča, zanimati će nas strukture i sustavi u kojima se pojavljuju beskonačne sume koje upoznajemo na početku. Zato ćemo se uputiti na izlet u svijet fraktala. Također, pratit ćemo najpoznatije formule u kojima se pojavljuje broj π.

Ako su nam zadana dva broja, znamo ih zbrojiti. Pitanje je jedino hoćemo li to uspjeti napamet ili ćemo se poslužiti kakvom napravom. Ako i tri broja treba zbrojiti, neće nam biti problem, posebice ne načelno. No, što ako nove sumande dodajemo i dodajemo unedogled, po određenom pravilu? Čemu bi takva suma mogla biti jednaka? Na primjer, traži se zbroj brojeva koji se ovako povećavaju

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots$$

Dakle, novi sumand je uvijek za jedan veći od prethodnog. Nema jednostavnijeg načina po kojem dodajemo nove i nove sumande. Koliki je zbroj tih brojeva? Mogli bismo reći da se ništa posebno neće dogoditi, nego će jednostavno zbroj postajati sve veći i veći kako dodajemo nove sumande. Ako zamišljamo sumu od beskonačno tih sumanda, rezoniramo da će taj zbroj biti beskonačno velik. Kaže se da suma teži u beskonačnost. Teško bi u ovom razmatranju bilo zamisliti ikakav zaplet ili obrat. Sve se čini slijednim i jednostavnim, zbroj jednostavno postaje sve veći i veći. Ipak, postoji vrlo ozbiljna matematička teorija koja na određeni način sugerira drugačiju mogućnost. Ne samo da sugerira da taj zbroj nije beskonačno, već konačno velik, nego i da je dobiveni broj negativan ...

Zamislimo sada beskonačno mnogo loptica, koje su numerirane

$$1, 2, 3, \ldots, n, \ldots$$

i praznu vreću. U trenutku 0 stavimo prvih deset loptica u vreću i izvadimo lopticu broj 1. U trenutku 1/2 sekunde stavimo loptice 11-20 u vreću i izvadimo lopticu broj 2. Nadalje, u trenutku 3/4 sekunde stavimo u vreću loptice 21-30 i izvadimo lopticu broj 3. U trenutku 7/8 sekunde stavimo loptice 31-40 u vreću i izvadimo lopticu broj 4 te dalje nastavimo s istim postupkom. Budući da se radi o misaonom eksperimentu, zanemarujemo praktične aspekte, kao što je postojanje volumena loptice.

Pitanje je sljedeće. Koliko će loptica biti u vreći na kraju prve sekunde vremena? Što bismo rekli, koliko će loptica ostati u vreći? Hoće li ih ostati beskonačno mnogo?

Ne. U vreći neće biti ni jedne loptice! U našim pričama upoznat ćemo i druge probleme i paradokse kao i teorije koje ih razjašnjavaju. Ipak, kako čitatelj ne bi predugo bio u neizvjesnosti, ukratko objasnimo zašto će vreća biti prazna. U n-tom koraku iz vreće izvadimo n-tu lopticu. Dakle, svaku lopticu prvo stavimo u vreću te je nakon kraćeg vremena izvadimo. Kako je koraka beskonačno, loptice $1, 2, 3, \ldots, n, \ldots$ će biti izvađene. Da smo, primjerice, u prvom koraku izvadili lopticu broj 10, u drugom koraku lopticu broj 20, u trećem koraku lopticu broj 30 itd. rezultat bi bio drugačiji. Naime, tada loptice 1-9 ne bi nikad bile izvađene iz vreće, isto kao ni loptice 10-19 itd.